

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ КАМБАЛЫ
НА ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ
С ПОМОЩЬЮ ФОТОЭЛЕКТРОННОЙ СХЕМЫ**

В. Г. КАРИУС

Тихоокеанские камбалы имеют различную окраску брюшка и спинки. Так, например, у желтобрюхой камбалы спинка темная, а брюшко светлое. При определении положения камбал на любой твердой поверхности с помощью электронной схемы этим свойством можно воспользоваться.

Для определения положения камбалы необходимо найти закон изменения ее поверхности, так как от сложности ее формы (выпуклости спинки) зависит степень рассеивания отраженного луча, а следовательно, и работа фотоэлектронной схемы. Также необходимо установить зависимость освещенности от положения камбалы брюшком кверху и книзу.

Полученные фотоимпульсы можно посылать на исполняющие устройства, действующие как механический электропривод, который будет поворачивать рыбу в нужное положение.

Найдем зависимость угла отражения от радиуса кривизны поверхности, считая плотность рыбы всюду постоянной, т. е. $\rho = \text{const}$. Пусть выпуклая поверхность камбалы описывается в своем сечении двумя радиусами кривизны R_1 и R_2 и удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} = A, \quad (1)$$

где A — постоянный параметр; θ — переменный угол, указывающий положение R_1 относительно вертикали. Определим радиусы кривизны этого семейства поверхностей, что можно сделать, присовокупив к (1) условие Кодацци, т. е.

$$\frac{\alpha (R_2 \sin \theta)}{\alpha \theta} = R_1 \cdot \cos \theta. \quad (2)$$

Решая уравнение (1) относительно R_1 и подставляя затем полученное выражение в формулу (2), приходим к следующему дифференциальному уравнению для R_2 :

$$\frac{\alpha (R_2 \sin \theta)}{\alpha \theta} = \frac{R_2 \cos \theta}{1 + AR_2 \sin^2 \theta}. \quad (3)$$

Подставив в это уравнение выражение

$$x = AR_2 \sin^2 \theta, \quad (4)$$

получим

$$\frac{1+x}{2+x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{d\theta} = \operatorname{ctg} \theta. \quad (5)$$

Общим интегралом последнего уравнения является выражение

$$x = -1 \pm \sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta}, \quad (6)$$

где C — константа интегрирования.

Отсюда рассматриваемое семейство поверхностей распадается на два подсемейства а и б, радиусы кривизны которых выражаются формулами:

$$R_1 = \frac{\sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta} - 1}{A \cdot \sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta} \cdot \sin^2 \theta},$$

а

$$R_2 = \frac{\sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta} - 1}{A \cdot \sin^2 \theta}. \quad (7)$$

$$R_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta}}{A \sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta} \cdot \sin^2 \theta},$$

б

$$R_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + C \cdot \sin^2 \theta}}{A \cdot \sin^2 \theta}. \quad (8)$$

Вместо постоянных A и C целесообразно ввести другие постоянные, имеющие более ясный геометрический смысл, а именно:

$$\mu = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{при } \theta = \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

$$r_0 = R_2$$

Новая постоянная μ равна отношению радиусов кривизны срединной поверхности у экватора, а r_0 — радиусу экваториального сечения поверхности. Первая характеризует, следовательно, форму поверхностей, а вторая — их размеры. Из формул (7), (8) и (9) следует, что

$$C = \mu^2 - 1 \quad A = \frac{\mu - 1}{r_0}, \quad (10)$$

в силу чего формулы (7) и (8) принимают вид

$$R_1 = \frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} - 1}{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} \cdot \sin^2 \theta}, \quad (11)$$

а

$$R_2 = \frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} - 1}{\sin^2 \theta},$$

$$R_1 = \frac{r_0}{1 - \mu} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} + 1}{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} \cdot \sin^2 \theta}.$$

б

$$R_2 = \frac{r_0}{1 - \mu} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} + 1}{\sin^2 \theta} \quad (12)$$

Зная оба радиуса кривизны в функции от угла θ , можно теперь вычислить и декартовы координаты кривых, являющихся меридианами поверхностей а и б. Начало системы примем в экваториальной плоскости, ось y направим по оси вращения, а за ось x возьмем новую прямую, перпендикулярную y . Координаты меридиана срединной поверхности, построенной таким образом в декартовой системе (рис. 1), определяются формулами.

$$\begin{aligned} x &= R_2 \sin \theta, \\ y &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} R_1 \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя сюда найденные значения R_1 и R_2 , получим

$$\begin{aligned} x &= \frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \frac{-1 \pm \sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \sin^2 \theta}}{\sin^2 \theta}; \\ y &= -\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} \frac{\pm 1 + \sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \sin^2 \theta}}{\sin \theta \sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \sin^2 \theta}} \cdot d\theta, \end{aligned} \quad (14)$$

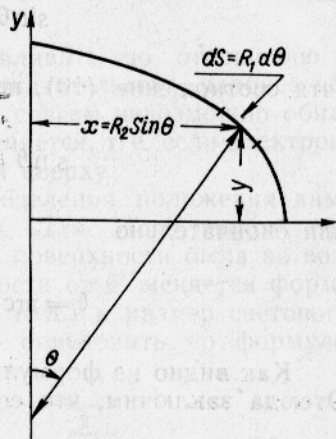


Рис. 1. Рыльная часть камбалы.

где верхние знаки относятся к подсемейству а, а нижние — к подсемейству б. Интеграл, входящий в y , может быть взят, в результате чего получится выражение

$$y = -\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \left\{ \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \pm \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \theta} - 1}{1 + \sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \theta}} \right] \right\}. \quad (15)$$

В итоге приходим к следующим окончательным формулам, определяющим меридианы поверхностей а и б:

$$\begin{aligned} \text{а} \quad \left. \begin{aligned} x &= \frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \cdot \sin^2 \theta} - 1}{\sin \theta} \\ y &= \frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \ln \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \theta} - 1}{\sec \theta - 1} \end{aligned} \right\} \mu > 0 \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б} \quad \left. \begin{aligned} x &= -\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \frac{\sqrt{1 + (\mu^2 - 1) \sin^2 \theta} + 1}{\sin \theta} \\ y &= -\frac{r_0}{\mu - 1} \ln \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \theta}}{\sec \theta + 1} \end{aligned} \right\} \mu < 0 \quad (17) \end{aligned}$$

Предполагается, что θ изменяется в пределах $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Формула

(1) содержит обширный класс поверхностей разнообразной формы. При этом, чем больше $\mu - 1$, тем менее плавна форма поверхности. Пусть луч (рис. 2) CA падает в какую-либо точку A поверхности с координатами $x = f(\theta)$ и $y = F(\theta)$ параллельно оси y , тогда угол отражения всегда

будет равен θ . Этот угол можем назвать углом рассеивания. Как видно из формул (16) и (17), можно ввести взаимно обратное соответствие и найти угол рассеивания θ в зависимости от x и y , т.е. $\theta = \varphi(x, y)$

Найдем θ в зависимости от R_1 и R_2 . Из выражения (1) видно, что

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}, \quad (18)$$

учтя соотношение (10), получим

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{r_0}{\mu - 1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}, \quad (19)$$

или окончательно

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}. \quad (20)$$

Как видно из формулы (13), можно найти зависимость θ от x и y . Отсюда заключим, что если послать параллельный лучок лучей типа

CA , то они отразятся под различными углами θ , и вероятность попадания отраженного луча на фотоэлемент (фотосопротивление) остается малой, так как колебания CA очень велики и зависят от θ . Когда камбала лежит брюшком

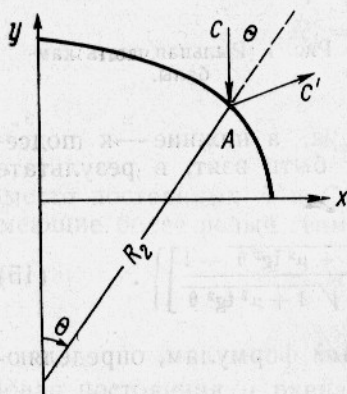


Рис. 2. Падающий и отраженный лучи от рыльной части камбалы.

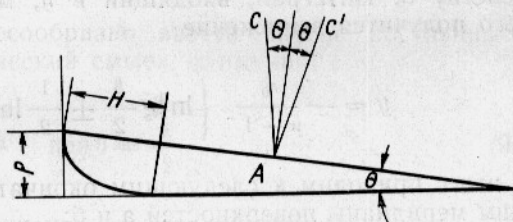


Рис. 3. Вид камбалы брюшком кверху.

кверху (рис. 3), то при любом положении и для любой координаты x и y угол $\theta = \text{const}$, так как поверхность брюшка квазиплоская. Поэтому луч, упавший на камбалу, отразится и всегда попадет на фотоэлемент. Здесь

$$\text{tg } \theta = \frac{P}{A}.$$

Как видно из размеров камбал, чем больше A , тем больше P , точная формула зависимости θ от P имеет вид

$$\text{tg } \theta = \frac{P}{A - H}, \quad (21)$$

где P — максимальная толщина камбалы;

A — расстояние от рыла до конца хвостового плавника;

H — расстояние от рыла до сечения, проходящего через самую широкую часть тела камбалы.

Измерениями установлено, что $\frac{P}{A-H} \approx \text{const}$,

значит

$$\theta = \text{arc tg } \frac{P}{A-H}. \quad (22)$$

Следовательно, фотоэлемент можно устанавливать по отношению к осветителю под углом θ . Но, как видно из доказательства, удобнее обнаруживать брюшко, когда $\theta = \text{const}$, и почти совсем невозможно обнаружить спинку ввиду того, что θ сильнее изменяется, т. е. если электронная схема сработала, то рыба идет брюшком кверху.

Вторым, весьма важным, фактором определения положения камбалы является цветность брюшка и спинки. Для этого необходимо подобрать такой угол θ' , чтобы освещенность поверхности была по возможности одинаковой. Как видно, в зависимости от θ' меняется форма (окружность, эллипс, гипербола, парабола и т. д.) и размер светового пятна. Наивыгоднейшее значение θ' можно определить по формуле, предложенной Р. А. Сапожниковым (1)

$$\theta' = \text{arc sin } 0,01 \sqrt{m + n(e \cdot H^2)^{\frac{2}{3}}}, \quad (23)$$

где e — освещенность, лк;

H — высота источника света над освещаемой поверхностью, м;
 m и n — постоянные, зависящие от углов рассеивания в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Эти постоянные определяются формулами:

$$m = \sin^2 \beta_v, \quad (24)$$

$$n = \left(\frac{\pi \cdot \sin 2\beta_v \cdot \cos \beta_v \cdot \text{tg } \beta_r}{2F} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (25)$$

где β_v и β_r — углы рассеивания источника света в вертикальной и горизонтальной плоскостях;

F — световой поток источника света в пределах расчетного угла рассеивания, лм.

Для определения освещенности в расчетной точке поверхности рыбы необходимо:

определить положение точки относительно места установки источника света;

по найденным координатам точки и характеристикам источника света определить значение силы света в направлении освещаемой точки;

по общеизвестным расчетным формулам

$$E_r = \frac{I_\alpha \cdot \cos^3 \alpha}{H^2} \quad (26)$$

или

$$E_v = \frac{I_\alpha \cos^3 \alpha \cdot \text{tg } \alpha}{H^2} \quad (27)$$

рассчитать освещенность в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Как видно из рис. 4, угол α легко находится по значению его тангенса

$$\text{tg } \alpha = \frac{L}{H},$$

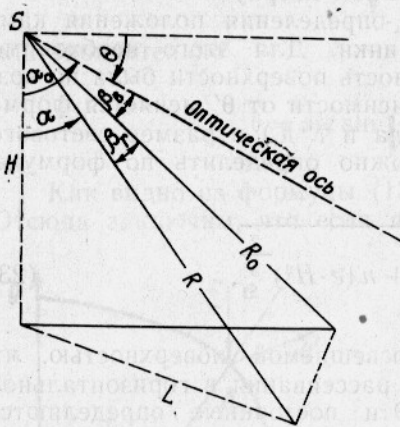
а угол β_v определяется как разность углов

$$\beta_v = \pm (90^\circ - \alpha_0 - \theta'), \quad (28)$$

где α_0 — угол в вертикальной плоскости, определяемый по значению его тангенса, т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{L_0}{H}. \quad (29)$$

Произведенные практические расчеты по известным графикам зависимости $\Delta\alpha = f(\alpha, \beta)$ в пределах от 0° до $3-4^\circ$ показали, что погрешность



настолько мала, что можно положить $\Delta\alpha = 0$. В пределах β_r от 3 до 7° $\Delta\alpha$ достигает $10-12'$. Следует отметить, что при увеличении β_r до 15° $\Delta\alpha$ возрастает до 1° , но в этой угловой зоне изменения силы света происходят более плавно, и максимальная погрешность в определенных значениях силы света ΔI не превышает 3%. Таким образом, общая освещенность в точке определяется из соотношений (27) и (26) по формуле

$$E_0 = \sqrt{E_r^2 + E_v^2} = \frac{I_\alpha}{H^2} \cos^2 \alpha. \quad (30)$$

Рис. 4. Схема освещенности в точке. Как видно из хода рассуждений, угол α соответствует углу рассеивания θ , известному из формулы (20); тогда, учтя это выражение, получим

$$E_0 = \frac{I_\alpha}{H^2} \cdot \cos^2 \left[\arcsin \sqrt{\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \right]. \quad (31)$$

Эта формула представляет для нас большой интерес, так как она устанавливает [помимо $E = f(I, H)$] зависимость величины освещенной поверхности в функции от формы.

Из закона Буге-Ламберта известно, что энергия ослабляется за счет поглощения на величину, соответствующую $e^{-4\pi\kappa}$, где κ — коэффициент поглощения, близкий для спинки к единице, а для брюшка — к нулю.

Если учесть, что энергия светового потока пропорциональна освещенности E , тогда можно говорить об изменении освещенности в зависимости от κ .

Пусть угол падения тот же θ , тогда освещенность, отраженная от поверхности, будет выражаться формулой

$$E = E_0 (1 - e^{-4\pi\kappa P}) \quad (32)$$

или окончательно получим

$$E = \frac{I}{H^2} \cdot \cos^2 \left[\arcsin \sqrt{\frac{r_0}{\mu - 1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \right] (1 - e^{-4\pi\kappa P}), \quad (33)$$

где κ — коэффициент поглощения;

P — толщина рыбы (см. рис. 3).

Если принять во внимание слизистый слой поверхности камбалы,

тогда освещенность можно подсчитать с помощью преобразований формулы Беера, при этом следует учесть, что κ' не зависит от концентрации слизи и формула (33) примет вид

$$E = \frac{I}{H^2} \cdot \cos^2 \left[\arcsin \sqrt{\frac{r_0}{\mu-1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{E_2} \right)} \right] (1 - e^{-\kappa'CP'}), \quad (34)$$

где κ' — коэффициент поглощения слизистого покрова;

P' — толщина слоя слизи;

C — концентрация слизи.

При практических расчетах удобно пользоваться обеими формулами (33) и (34).

Пусть для темной спинки камбалы коэффициент поглощения выражается как κ_1 , а для брюшка — κ_2 , причем $\kappa_1 \gg \kappa_2$, тогда из формулы (33) видно, что $E_2 > E_1$ в число раз, соответствующее выражению

$$\frac{1 - e^{-\kappa_1 P \cdot 4\pi}}{1 - e^{-\kappa_2 P \cdot 4\pi}}$$

Из всего вышесказанного заключаем, что если камбала идет брюшком кверху, то освещенность будет максимальной ($E = \max$) и при этом сосредоточенной на фотоэлементе (фотосопротивлении) в силу постоянства угла рассеивания $\theta = \text{const}$. Следовательно, фотоэлектронная схема работает. Если же камбала движется спинкой кверху, то освещенность будет минимальной $E = \min$; из-за неровности поверхности спинки угол рассеивания θ будет сильно изменяться и вероятность попадания луча на фотоэлемент (фотосопротивление) останется малой, поэтому фотоэлектронная схема не работает.

Такой метод определения положения камбал на твердой поверхности может быть применен и для других видов рыб, у которых окраска спинки и брюшка различна.

ЛИТЕРАТУРА

- Дадимов М. С. Проекторное освещение. М.-Л., Госэнергоиздат, 1960.
 Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л., Судпромгиз, 1962.
 Кариус В. Г. Определение величины фототока электронной установки в зависимости от размеров камбал. Труды Дальрыбвтуза. Владивосток, 1963.
 Терентьев А. В. Пути автоматизации обработки рыбы. Пищепромиздат, 1964.