

# Моделирование межгодовой динамики численности гренландского тюленя беломорской популяции

В.А. Коржев – лаборатория математического обеспечения оценки запасов гидробионтов ПИНРО

Гренландский тюлень беломорской популяции (*Phoca groenlandica oceanica* *Lepeschin, 1778*) – беломорский лысун (*Pagophilus groenlandicus*) – является важным компонентом экосистемы Баренцева и Белого морей и традиционным объектом промысла. Интенсивная эксплуатация этой популяции началась в конце XIX в. Нерациональное, нерегулируемое ведение промысла тюленя двумя странами – Россией и Норвегией (в 1926 – 1928 гг. добыча составляла более 350 тыс. животных ежегодно) привела в 60-е годы XX в. практически к коллапсу популяции. Численность популяции, которая в 1928 г. насчитывала до 3–3,5 млн животных, значительно снизилась (по некоторым оценкам, до 300 тыс. экз.). Введение сначала запрета на промысел, а затем ограничения добычи привели к росту популяции, которая в 2003 г. оценивалась примерно в 2 млн особей.

Изменение численности тюленей обусловлено едва ли не исключительно влиянием человека, его промысловым воздействием. Основной способ оценки численности гренландского тюленя – аэрофотосъемки на линных и щенных залежках. Первая математическая модель для оценки численности и расчета общей допустимой добычи (ОДД) была разработана в 2000 г. Она включала две группы животных: «щенки» (возраст 0) и «не щенки» (1+). Дальнейшим развитием модели была структуризация группы «не щенки» по возрастам.

**Входные данные.** Для моделирования динамики численности гренландского тюленя использованы данные промысла за 1946 – 2003 гг. по двум группам («щенки» и «не щенки») и доля половозрелых животных по возрастам (использовались материалы совместной Рабочей группы ИКЕС/НАФО за 2003 г.); индексы численности пополнения (щенки), по данным аэрофотосъемок за 1998, 2000 и 2002 гг.; возрастной состав самок на щенных залежках за 1959 – 2000 гг.; средние масса и длина животных, рассчитанные по данным биологических проб и заимствованные из литературных источников.

**Динамическая модель популяции.** Предполагается, что популяция тюленей до начала периода моделирования находилась в равновесном состоянии, ее общая численность определялась вместимостью среды и составляла  $K$  животных. Тогда, предполагая, что убыль численности поколений от естественной смертности происходит по экспоненциальному закону, численность тюленей по возрастам  $t$   $N_{i,t_0}$  в начальный период  $i_0$  определяется следующим образом:

$$N_{i,t_0} = Ke^{-\sum_{t=1}^{i-1} M_t} (1 - e^{-M_i}), \quad t = 1, \dots, A-1 \quad (1)$$

$$N_{T,i_0} = Ke^{-\sum_{t=1}^{A-1} M_t}, \quad (2)$$

где  $M_t$  – естественная смертность животных возраста  $t$ ;  $A$  – максимальный возраст животных, включенных в модель. Возраст  $A = 30$  лет является «плюс группой», т.е. объединяет всех животных возрастов  $A$  и старше.

Из-за недостатка информации о возрастном составе добывших взрослых животных ( $C_{i,t}$ ) используется правило пропорциональности:

$$C_{t,i} = C_{1+,t} \frac{N_{i,t}}{N_{1+,t}}, \quad t = 1, \dots, A, \quad (3)$$

где  $i$  – индекс года.

Предполагая, что промысел осуществляется в короткое время, до наступления естественной смертности, численность на начало следующего года рассчитывается по следующим уравнениям:

$$N_{1,i} = (N_{0,i-1} - C_{0,i-1}) e^{-M_0} \quad (4)$$

$$N_{t,i} = (N_{t-1,i-1} - C_{t-1,i-1}) e^{-M_t}, \quad t = 2, \dots, A-1 \quad (5)$$

$$N_{A,i} = (N_{A-1,i-1} - C_{A-1,i-1}) e^{-M_{A-1}} + (N_{A,i-1} - C_{A,i-1}) e^{-M_A} \quad (6)$$

Численность щенков (пополнение) определяется численностью самок, которые будут непосредственно участвовать в воспроизводстве, с учетом количества предполагаемых яловых самок и рассчитывается по формуле:

$$N_{0,i} = 0,5 F \sum_{t=1}^A p_{t,i} N_{t,i}, \quad (7)$$

где  $F$  – коэффициент «рождаемости», обозначающий долю самок, непосредственно участвующих в воспроизведении (не яловых);  $p_{t,i}$  – доля половозрелых животных возраста  $t$  в году  $i$ . Коэффициент 0,5 обозначает, что соотношение полов в половозрелой части популяции принимается равным 1:1. Коэффициент  $F$  принимается постоянным. Это допущение вызвано отсутствием данных о количестве животных, пропускающих роды.

#### Оценка параметров модели. Естественная смертность.

О величине естественной смертности гренландского тюленя известно немного. К.К. Чапский (по М.Я. Яковенко, 1967) определил следующие значения естественной смертности беломорского лысuna: на первом году жизни она составляет 20%; на втором – 9; на третьем – 6; на четвертом и пятом – 5; для всех остальных возрастов – 7,5%.

Рабочая группа по гренландскому тюленю и хохлачу (WGHARP) принимает естественную смертность взрослых тюленей постоянной по возрастам и равной 0,1.

Мы предлагаем использовать модель изменения коэффициентов естественной смертности с возрастом, разработанную в ПИНРО (В.Л. Третьяк, 2000) для северо-восточной арктичес-



Таблица 1

Параметры аллометрического роста и уравнения роста Берталанфи гренландского тюленя беломорской популяции

Аллометрический рост ( $\eta^2 = 0,97$ )		Уравнение Берталанфи ( $\eta^2 = 0,95$ )		
$a_3$	$b_1$	$t_0$	$K_b$	$L_\infty$ (см)
0,0000706	2,19	-4,20	0,22	205

кой трески. Изменение коэффициентов естественной смертности с возрастом определяется функцией:

$$M(t) = \frac{a_1}{t_s} \{(1 - k_1 t_s) t - (t_e + 1)[\ln(t) + k_1 t_s \ln(t_e + 1 - t)]\} + b, \quad (8)$$

где  $t_s$  – возраст 50%-ного созревания;  $t_e$  – теоретически предельный возраст жизни;  $a_1$ ,  $k_1$  и  $b$  – параметры. Модель в явном виде учитывает концептуальную связь естественной смертности с возрастом полового созревания  $t_s$  и теоретическим предельным возрастом  $t_e$ , а в неявном виде – с линейным и весовым ростом. Для оценки параметров модели смертности используется предпосылка: биомасса поколения имеет максимум в некоторой точке  $t_c$ , т.е.  $P'(t_c) = 0$ . Биомасса поколения в возрасте  $t$  ( $P(t)$ ) рассчитывается с учетом параметров аллометрического роста и уравнения роста Берталанфи:

$$P(t) = N_t a_3 L_\infty^{b_1} (1 - e^{-K_b(t-t_0)})^{b_1}, \quad (9)$$

где  $a_3$  и  $b_1$  – параметры аллометрического роста,  $L_\infty$ ,  $K_b$ ,  $t_0$  – параметры уравнения роста Берталанфи.

Используя доступные данные, были рассчитаны параметры аллометрического роста и уравнения роста Берталанфи (табл. 1, рис. 1). Измерение связи нелинейной зависимости между признаками осуществлено с помощью показателя, предложенного К. Пирсоном и названного корреляционным отношением ( $\eta$ ).

Значение параметра  $t_s$  (возраст 50%-ного созревания) определяли по данным наблюдений над возрастным составом самок на щенятых залежках. Теоретический предельный возраст

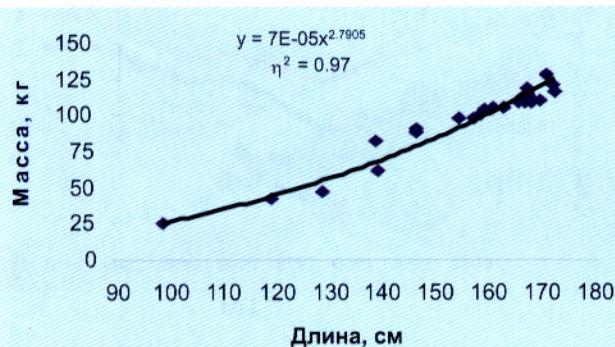


Рис. 1. Аппроксимация зависимости «масса – длина» гренландского тюленя кривой аллометрического роста и зависимости «возраст – длина» кривой роста Берталанфи

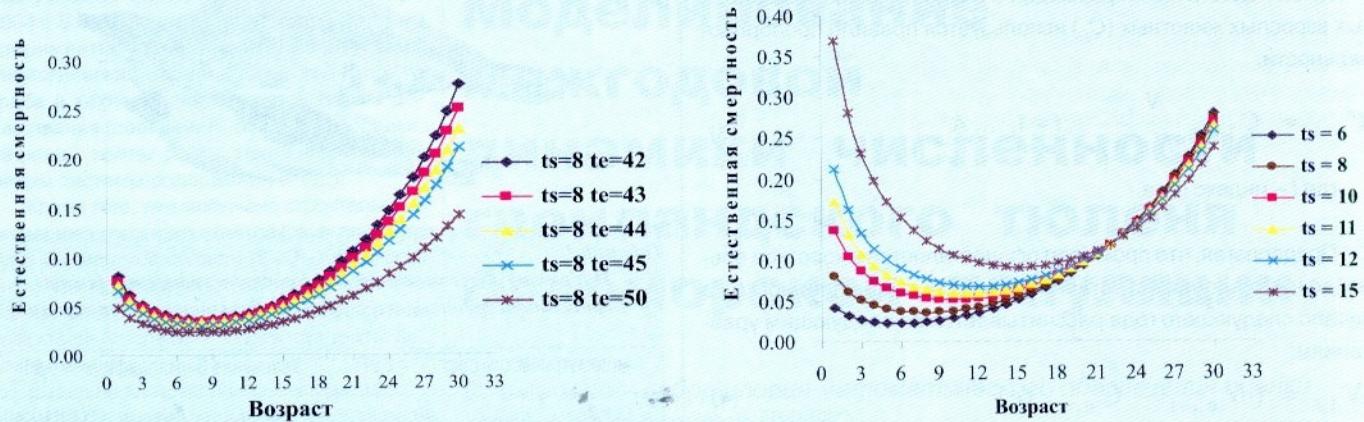


Рис. 2. Изменение коэффициентов естественной смертности гренландского тюленя при изменении максимальной продолжительности жизни  $t_e$  с 42 до 50 лет и возраста 50%-ного полового созревания  $t_s$  – с 6 до 15 лет

( $t_e$ ) приняли равным 45 годам. Зависимость естественной смертности от значений параметров  $t_s$  и  $t_e$  показана на рис. 2.

**Моделирование возраста созревания.** По исследованием российских ученых, у самок гренландского тюленя период созревания растянут на несколько лет. В беломорской популяции отдельные самки впервые овулируют уже в 3 года. Процент таких рано созревающих самок указывается разный – от 5 до 30 %. В 4-летнем возрасте впервые созревают, по тем же данным, приблизительно 36–50 % самок. Остальные созревают в 5, 6, и даже 7 лет. Средний возраст наступления половой зрелости для начала второй половины 60-х годов у самок беломорской популяции устанавливался приблизительно в 4,5 года (данные Р.Ш. Хузина).

Однако возрастной состав самок на щенковых залежках за последние 30–40 лет претерпел значительные изменения. По данным СевПИНРО, процент молодых самок на щенковых залежках от 1969 к 1993 г. значительно уменьшился, и наоборот, процент самок старше 20 лет значительно увеличился. По-видимому, средний возраст самок, впервые достигающих половозрелости, – величина в известных пределах переменная, находящаяся в зависимости от промыслового воздействия на популяцию.

Используя данные наблюдений над возрастным составом самок на щенковых залежках, мы определяли возраст  $t_s$ , аппроксимируя полученные в результате наблюдений значения логистической кривой. Затем использовали следующий подход: в период 1946 – 1960 гг.  $t_{si} = 4,5$  ( $i$  – индекс года); в период 1990 –

2013 гг.  $t_{si} = 7,8$ , а в период 1961 – 1989 гг. изменение возраста  $t_{si}$  имеет вид линейной функции, возрастающей от 4,4 до 7,8 лет.

По литературным данным, затухание репродуктивной способности наблюдается у самок после 23–25 лет, поэтому в 30-возрастной модели необходимо учитывать снижение репродуктивной способности самок с возрастом. В этом случае доля половозрелых животных, которые участвуют в воспроизводстве, рассчитывается как:

$$p_{t,i} = \frac{\exp(-t - (t_{si} + 1))}{(\exp(-t - (t_{si} + 1)) + 1)} \cdot \frac{\exp(-0,5(t - b_i))}{(\exp(-0,5(t - b_i)) + 1)}, \quad (10)$$

где  $b_i$  – возраст 50%-ного снижения репродуктивной способности самок ( $t_{si} + 1$ ) – означает, что самки участвуют в воспроизводстве на следующий год после наступления возраста полового созревания.

**Настройка модели.** В модели используется один настраиваемый параметр  $K$  – численность тюленей в стартовый год. Настройка параметра производится минимизацией суммы квадратов отклонений, рассчитанной по аэрофотосъемкам численности щенков за 1988 – 2002 гг. и моделируемой за тот же период численностью щенков, что соответствует решению задачи в смысле максимального правдоподобия при нормальном законе распределения ошибок:

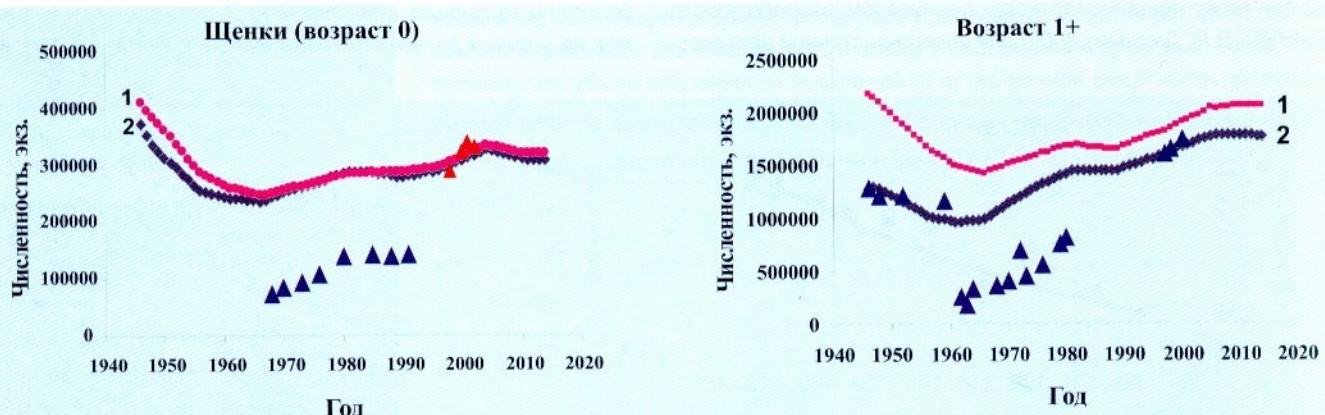


Рис. 3. Динамика численности гренландского тюленя по различным вариантам моделирования (▲ – индексы численности – по съемкам и литературным данным); 1 – результаты расчетов на WGHARP, 2003; 2 – расчеты с переменной по возрастам естественной смертности и моделируемой кривой созревания

Таблица 2

Значения коэффициентов корреляции ( $R$ ) и критерия Фишера ( $F$ ), вычисленных по данным моделируемого и наблюдаемого возрастного состава самок гренландского тюленя для двух вариантов расчетов<sup>\*</sup>

	1959	1960	1961	1963	1964	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
$R_1$	-0,42	-0,38	-0,47	-0,10	-0,11	0,72	0,67	<b>0,78</b>	<b>0,81</b>	<b>0,89</b>	<b>0,84</b>	0,51
$R_2$	0,74	0,75	0,61	0,89	0,86	0,88	0,96	<b>0,94</b>	<b>0,92</b>	<b>0,87</b>	<b>0,89</b>	0,72
$F_1$	15,2	16,1	17,5	5,2	5,4	2,6	2,4	<b>1,3</b>	<b>1,3</b>	<b>1,7</b>	<b>1,4</b>	1,9
$F_2$	18,3	18,0	<b>19,4</b>	<b>7,1</b>	<b>7,9</b>	<b>3,2</b>	<b>2,9</b>	<b>1,7</b>	<b>1,6</b>	<b>2,1</b>	<b>1,8</b>	2,3
	1976	1980	1984	1986	1987	1988	1989	1993	1995	1996	2000	
$R_1$	<b>0,80</b>	<b>0,90</b>	0,64	<b>0,81</b>	0,58	<b>0,93</b>	0,67	0,87	0,85	<b>0,80</b>	0,62	
$R_2$	<b>0,82</b>	<b>0,92</b>	0,77	<b>0,84</b>	0,59	<b>0,96</b>	0,69	0,87	0,86	<b>0,82</b>	0,64	
$F_1$	<b>1,1</b>	<b>1,0</b>	1,9	<b>1,1</b>	4,8	<b>1,7</b>	3,5	2,04	<b>1,8</b>	<b>1,2</b>	2,0	
$F_2$	<b>1,4</b>	<b>1,3</b>	2,5	<b>1,5</b>	6,1	<b>2,2</b>	4,5	2,6	2,2	<b>1,6</b>	2,8	

\* Индекс 1 – расчеты WGHARP, индекс 2 – расчеты по предлагаемой модели

$$\sum \frac{(N_{0,i} - n_{0,i})^2}{2\sigma_i^2} \rightarrow \min, \quad (11)$$

где  $N_{0,i}$  и  $n_{0,i}$  – соответственно моделируемая и фактическая численности щенков в году  $i$ .

**Результаты.** Как было указано выше, расчеты на WGHARP проводятся с постоянными значениями естественной смертности и постоянной для всего периода моделирования долей половозрелых животных по возрастам. При этих условиях численность взрослой части популяции в стартовый 1946 г. оценена WGHARP в 2169 тыс. животных, а пополнение составило 410100 щенков. Численность щенков незначительно отличается от значений, полученных нами по модели с переменной естественной смертностью и долей половозрелости (рис. 3). Это объясняется тем, что обе модели настраивались на численность щенков, полученную по данным аэрофотосъемок 1998 – 2002 гг. (этот данные официально приняты WGHARP как абсолютные оценки, на рис. 3 – ▲).

Численность взрослых животных (возраст 1+) отличается более значительно. Мы полагаем, что результаты, полученные Рабочей группой, несколько завышены, а кривая 2 показывает более близкие к реальным оценки. Косвенными доказательства-

ми этого могут служить оценка численности популяции в 1959 г. С.С. Сурковым (численность 1,2–1,3 млн животных), а также оценочные показатели 1998 – 2002 гг., полученные по методике, используемой С.С. Сурковым и др. (см. рис. 3: ▲ – на правой панели рисунка).

Использование информации о возрастном составе самок на щенчих залежках позволяет установить дополнительный критерий адекватности модели – соответствие моделируемых данных фактическим. Если рассматривать возрастную структуру популяции, то расчеты по предлагаемому нами варианту имеют более высокие коэффициенты корреляции –  $R_2$  против  $R_1$  (табл. 2) – между наблюдаемыми и моделируемыми данными возрастного состава самок. При этом различия между наблюдаемыми и моделируемыми значениями, статистически не значимые (по  $F$ -критерию Фишера), отличаются по величине дисперсии (см. значения  $F_1$  и  $F_2$  в табл. 2). Это подтверждается и отсутствием тренда в остатках между моделируемыми и значениями, полученными в результате наблюдений.

Дальнейшим развитием модели динамики численности гренландского тюленя должны стать вероятностная оценка параметров роста, полового созревания, количества самок, пропускающих роды, коэффициентов смертности, с привлечением дополнительной доступной промысловой и биологической информации и оценка неопределенности в получаемых результатах, связанная с вероятностной оценкой параметров модели.

