

УДК 639.2

МОРСКОЕ И ОКЕАНИЧЕСКОЕ РЫБОЛОВСТВО
КАК СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИГРА

В.В.Блинов

Обобщенный технологический процесс добычи и переработки рыбы океаническим флотом можно рассматривать с позиций строгой теории статистических игр [2].

Изложим и поясним основные определения теории статистических игр с единичным испытанием

Под игроком 1 будем подразумевать природу — объект лова, всевозможные биологические характеристики его, океанографические, метеорологические и географические характеристики внешней среды.

Под игроком 2 разумеется рыбная промышленность одного или нескольких государств. Условно игрок 2 называется статистиком.

Объект лова — рыба — может находиться в некоторой области ΔE_3 Мирового океана, и поведение его можно характеризовать системой параметров $\{\tilde{\omega}_1, \dots, \tilde{\omega}_n\}$. Назовем объект лова В — системой, скопление рыб в области ΔE_3 назовем совокупностью (собранием) В-систем.

Будем рассматривать упорядоченное множество всех моментов времени t_0, t_1, t_2, \dots . Например, t_0 — время начала траления, начала замата кошелькового невода и т.д., t_1 — время конца траления, конца замата кошелькового невода и т.д., t_2 — время начала кошелькования и т.д. Для каждого способа лова может быть проведен пооперационный анализ промыслового времени [5] и выбраны моменты времени, важные с точки зрения процессов поимки рыбы. Таким образом, для наличного состава

рыбодобывающего флота, имеем временную ось T с фиксированными на ней моментами t_0, t_1, \dots .

Объединение всевозможных областей ΔE_3 является множеством точек Мирового океана E_3

$$E_3 = \bigcup_i \Delta E_{3(i)}. \quad (I)$$

Таким образом, для удобства теоретических построений ареал обитания каждого биологического вида расширен на весь Мировой океан.

Декартово произведение множеств $T \times E_3$ назовем базовым множеством пространства состояний природы Y :

$$Y = T \times E_3. \quad (2)$$

Игры природы и статистика строятся над множеством Y .

Фактический или виртуальный (предполагаемый) лов рассматривается как испытание статистика. Так как объект лова находится в пределах областей $\Delta E_3 \in E_3$, базовое множество пространства испытаний статистика совпадает с базовым множеством состояний природы Y .

Заметим, что рассмотрение виртуального лова необходимо для прогнозирования поведения промыслового стада (параметров динамики промысловой популяции), планирования уловов, решения стратегических задач расстановки флота. Однако, если не делать различия между фактическим и виртуальным ловом, понятие "лов рыбы" будет обозначать эту общую ситуацию.

Лов рыбы характеризуется выбором точек t_0, t_1, \dots и области ΔE_3 множества Y и интерпретируется как испытание, проводимое статистиком и имеющее исход в обнаружении совокупности B -систем с параметрами $\{\tilde{\omega}_1, \dots, \tilde{\omega}_{n_1}\}$ при метеорологических, океанологических и географических условиях, описываемых параметрами $\{b_1, \dots, b_{n_2}\}$; при условиях донного грунта (в случае лова донным тралом, неводом и т.д.), описываемых параметрами $\{c_1, \dots, c_{n_3}\}$.

Объединим все системы параметров в одну систему

$$\{\omega^*\} = \{\tilde{\omega}_1, \dots, \tilde{\omega}_{n_1}, \tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_{n_1}, c_1, \dots, c_{n_3}\}, \quad (3)$$

которую назовем пространством параметров Ω^* , т.е.

$$\Omega^* = \{\omega^*\}.$$

Обозначим систему параметров, связанных с орудиями лова, через $\{e_1, \dots, e_{n_4}\}$; систему параметров, формализующих операции палубной команды и опыт комсостава, характеристики промысловых механизмов и машин, маневры судна — через $\{g_1, \dots, g_{n_5}\}$, а систему параметров, формализующих результаты предыдущих научно-исследовательских работ и данные промразведки, — через $\{h_1, \dots, h_{n_6}\}$. Набор этих параметров определяется общими творческими и технологическими возможностями статистика (к творческим возможностям, в частности, относится способность статистика к формализации обобщенного технологического процесса добычи рыбы).

Промысловые операции и тактические решения на промысле трактуются как ходы статистика в игре. Уход рыбы от орудия лова рассматривается как ход игрока I [4].

Системы параметров $\{e\}$, $\{g\}$, $\{h\}$ характеризуют предметы и действия статистика. Они также должны быть причислены к системе параметров Ω^* . Поэтому

$$\Omega = \{\omega\} = \Omega^* \cup \{e\} \cup \{g\} \cup \{h\}. \quad (4)$$

Например, фиксирование параметров e_i , g_j , h_k на промысле означает использование определенных орудий лова (e_i), судна, промысловых машин и механизмов (g_j), данных, характеризующих промысловую обстановку в районе лова (h_k).

Подчеркнем, что пространство параметров Ω включает все параметры, имеющие какое-либо отношение к процессу добычи и переработки рыбы (параметры собственно природы и объекта лова, предметов, изготовленных человеком, и его действий). Более того, фактические значения параметров $\{e\}$, $\{g\}$, $\{h\}$.

являющиеся личными ходами статистика, интерпретируются как информация для игрока I , следовательно, как параметры самой природы. Изменение этих значений происходит в результате действий статистика. Основная задача теоретико-игрового подхода к рассматриваемой проблеме заключается в определении эффективности значений параметров, связанных с действиями статистика.

Назовем пространством исходов испытаний статистика Z совокупность значений параметров $\omega \in \Omega$ при всевозможных выборах точек множеств T и E_j .

Любой параметр ω можно трактовать как случайную величину, имеющую плотность распределения или вероятность (в дискретном случае) P_ω , заданную на произведении пространств $Z \times \Omega$. В самом деле, проектирование орудия лова есть процесс, отвечающий последовательностям перехода вероятностей $P_{e_i} \rightarrow 1$ для проектных параметров e_i . Для построенного орудия лова $P_{e_i} = 1$, причем под e_i понимаются фактические, а не проектные значения параметров e_i . Обучение плавсостава промысловым операциям (например, освоение комелькового лова с судов типа СРТР-540, глубинного тралового лова и т.д.) есть процесс перехода вероятностей $P_{g_j} \rightarrow 1$.

Для некоторых параметров ω_i обычным образом могут быть определены совместные функции распределения q_{ω_i} . Они, в частности, потребуются при определении случайных процессов и полей.

Определим пространство выборок.

Определение I. Пусть Z и Ω непустые множества, а P — функция, определенная на $Z \times \Omega$, и для заданного $\omega \in \Omega$ P_ω есть распределение вероятностей на Z . Тройку $Z = (Z, \Omega, P)$ назовем пространством выборок.

Обычно пространство параметров Ω называется пространством чистых стратегий природы. В нашем случае в соответствии с приведенной выше интерпретацией систем параметров $\{e\}$, $\{g\}$, $\{h\}$ пространство Ω также может быть названо пространством чистых стратегий природы.

В зависимости от формулировки задачи параметры ω могут быть либо дискретными, либо непрерывными, что порождает дискретное или непрерывное пространство выборов.

Статистик обладает набором возможных действий $\{a\}$, называемым пространством A действий статистика. Отметим некоторые комплексы действий статистика:

- 1) освоение нового промыслового района;
- 2) проектирование и испытание новых конструкций орудий лова;
- 3) создание принципиально новых способов лова;
- 4) научно-исследовательская работа и использование ее результатов;
- 5) использование эффективных промысловых схем и передового опыта работы;
- 6) разработка и использование эффективных рыбопоисковых и навигационных средств;
- 7) постройка и ввод в состав флота судов с лучшими тяговыми, ходовыми, маневровочными и другими характеристиками;
- 8) разработка и использование новых промысловых механизмов и машин;
- 9) использование оперативной и перспективной промразведок.

То или иное действие игрока 2 при испытаниях зависит от исхода испытаний и определяется решающей функцией.

Определение 2. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборов, A - пространство действий (решений). Функция d , определенная на Z и отображающая Z на A , называется решающей функцией.

Класс $D = \{d\}$ решающих функций есть класс чистых стратегий статистика.

Испытания связаны с существованием функции потерь и функции риска.

Определение 3. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборов, A - пространство действий. Ограниченная числовая функция L , определенная на произведении пространств $\Omega \times A$, со значениями $L(\omega, a)$ называется функцией потерь.

Определение 4. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, A - пространство действий, D - класс решающих функций, отображающих Z в A , и L - функция потерь, определенная на $\Omega \times A$. Тогда функция риска ρ , определенная на $\Omega \times D$,

$$\rho(\omega, d) = \sum_{z \in Z} L[\omega, d(z)] P_{\omega}(Z). \quad (5)$$

В математической модели игры функция ρ должна минимизироваться.

Решающими функциями являются формализованные действия статистика: техническое задание на проект орудия лова новой конструкции, усовершенствование аппаратов для подводных исследований, усовершенствование методики ихтиологических съемок и др.

Примерами функций потерь являются затраты на испытания статистика (пункты 1-9 действий статистика).

Функция риска является совокупной характеристикой потерь на некотором множестве решающих функций.

В качестве примера построим функцию риска для испытания трала на относительную уловистость.

Пусть $\tilde{\omega}_i$ - биологические характеристики объекта лова (рост, питание, жизненный цикл, сезонные и суточные миграции, подвижность, реакция на внешние раздражители, в частности на элементы трала, стайные эффекты и др.), Z_0 - оценка средней абсолютной уловистости старого трала, Z_1 - ожидаемая средняя уловистость нового трала, $e_{j(0)}$ и $e_{j(1)}$ - конструктивные параметры старого и нового тралов.

$$\text{Положим } \omega_0 = \{\tilde{\omega}_i\} \cup \{e_{j(0)}\} \quad \text{и } \omega_1 = \{\tilde{\omega}_i\} \cup \{e_{j(1)}\}.$$

Пусть $d_0 = I$, $d_1 = I$ - решение о постройке старого и нового тралов, $L[\omega_0, d_0 = I]$ - затраты на постройку и эксплуатацию старого трала, $L[\omega_1, d_1 = I]$ - затраты на постройку и эксплуатацию нового трала. Пусть далее $T_{e(0)}$ и $T_{e(1)}$ - сроки эксплуатации тралов. Z_0 и Z_1 являются функциями элементов базового множества $Z = Z(T, E_j)$. Назовем пере-

172

ходной функцией F функцию перехода от пространства исходов Z к элементам базового множества $Y = T \times E_3$:

$$F = F(Z, y) = F(Z, t, E). \quad (6)$$

Выражение (5) тогда приводится к элементам множества Y :

$$\rho(\omega, d) = \sum_{y \in Y} L[\omega, d(F^{-1}(y))] P_{\omega}(F^{-1}(y)), \quad (7)$$

где $Z = F^{-1}(y)$.

В силу непрерывности множества точек E_3 формулу (7) можно переписать:

$$\rho(\omega, d) = \sum_{\Delta t_i \in T_e} \int_{E_3} L[\omega, d(F^{-1}(y))] dP_{\omega}(F^{-1}(y)). \quad (8)$$

Наконец, введя плотность распределения

$$dP_{\omega}(F^{-1}(y)) = f_{\omega}(y) dy, \quad (9)$$

получим

$$\rho(\omega, d) = \sum_{\Delta t_i \in T_e} \int_{E_3} L[\omega, d(F^{-1}(y))] f_{\omega}(y) dy. \quad (10)$$

Суммирование в (10) определено, так как множество моментов t_0, t_1, \dots , в следовательно, и Δt_i упорядочено. Плотность распределения f_{ω} существует, поскольку рассматриваются лишь непересекающиеся множества

$$(\Delta E_3)_i \cap (\Delta E_3)_j = \emptyset. \quad (11)$$

Это отвечает условиям промысла: донный трал никогда не тянут по одному и тому же месту, вероятность лова косяков в пелагиали в объеме воды ΔE_3 с теми же координатами незначительна.

Формулой (10) дается функция риска для трала с уловистостью Z , построенного для данного объекта лова с параметрами $\{\omega_i\}$, имеющего конструктивные параметры $\{e_j\}$ и пригодного к эксплуатации в любой точке Мирового океана E_3 в течение времени T_e . На самом деле функция f_ω почти всюду, кроме ареала обитания облавливаемого промыслового вида, равна нулю.

Для сравниваемых тралов функции ρ запишутся:

$$\rho(\omega_0, 1) = \sum_{\Delta t_i \in T_{e(0)}} \int_{E_3} L_0[\omega_0, 1] f_{\omega_0}(y) dy; \quad (12)$$

$$\rho(\omega_1, d) = \sum_{\Delta t_j \in T_{e(1)}} \int_{E_3} L_1[\omega_1, d(F^{-1}(y))] f_{\omega_1}(y) dy. \quad (13)$$

Формула (13) при $0 < d < 1$ дает значения функции ρ в процессе проектирования трала. Для построенного трала ($d = 1$)

$$\rho = \rho(\omega_1, 1).$$

Критерий сравнения двух тралов -

$$\min[\rho(\omega_0, 1), \rho(\omega_1, 1)].$$

Если $\rho(\omega_1, 1) < \rho(\omega_0, 1)$, решающая функция $d^* = 1$, т.е. поставить на вооружение новый трал; если $\rho(\omega_1, 1) \geq \rho(\omega_0, 1)$, $d^* = 0$, т.е. оставить на вооружении старый трал. Результат $\rho(\omega_1, 1) \geq \rho(\omega_0, 1)$ означает неудачное проектирование.

Достаточно широким классом игр являются статистические игры с единичным испытанием. В пределах этого класса можно ставить и решать многие задачи морского и океанического рыболовства, так как в понятие единичного испытания можно вкладывать широкое содержание в зависимости от уровня формализации задач.

Определим статистическую игру с единичным испытанием.

Определение 5. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, A - пространство действий, D - класс решающих функций, отображающий Z в A , ρ - функция риска, определенная на $\Omega \times D$.

Тогда игра $G = (\Omega, D, \rho)$ называется статистической игрой с единичным испытанием.

Вследствие стохастической природы параметров $\{\tilde{\omega}\}, \{b\}, \{c\}$ стратегии природы оказываются смешанными. Стратегии статистика также следует считать смешанными вследствие влияния на выбор решения большего, в математической модели игры, числа параметров.

Определение игр со смешанными стратегиями требует усложнения введенных выше понятий [2]. Прежде всего рассматриваются всевозможные распределения вероятностей W для параметров $\omega \in \Omega$. Совокупность всех функций W назовем пространством усредненных стратегий природы.

Распределение вероятностей параметров $\{\tilde{\omega}\}, \{b\}, \{c\}$ может быть получено, например, в некоторой фиксированной точке E_3 .

Определение 6. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, W - пространство всех распределений вероятностей, определенных на Ω . Апостериорным распределением вероятностей параметра ω при данном $z \in Z$ называется условное распределение параметра ω при данном z , т.е. функция W_z , определенная на $W \times \Omega$ при заданном $z \in Z$:

$$W_z(\omega) = \frac{P(z|\omega)W(\omega)}{\sum_{\theta \in \Omega} P(z|\theta)W(\theta)} \quad (I4)$$

Если фиксировать все системы параметров, кроме $\{\tilde{\omega}\}$, то формулу (I4) можно истолковать следующим образом. Знаменатель есть вероятность лова всех промысловых видов рыб данным ору-

дием лова, в данный момент времени, в данной географической точке, при фиксированных гидрометеорологических условиях. Числитель имеет смысл вероятности лова данного промыслового вида при тех же условиях. Таким образом, $W_z(\omega)$ - относительная вероятность лова данного промыслового вида.

Может быть предложена другая интерпретация формулы (14). Пусть l - длина рыбы данного вида, Λ - пространство всех длин рыб данного вида, $l \in \Lambda$, $\omega = l$ и $\Omega = \Lambda$. По-прежнему Z - улов. Тогда формула (14) означает размерный состав улова при всех остальных фиксированных параметрах $\{\omega\}$.

Определение 7. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, A - пространство решений, D - класс решающих функций, отображающих Z в A , L - функция потерь, определенная на $\Omega \times A$, W - пространство всех распределений вероятностей, определенных на Ω , W_z - апостериорное распределение вероятностей параметра ω для $\omega \in W$ и $z \in Z$. Тогда функция τ_z , определенная на $W \times D$ при заданном $z \in Z$,

$$\tau_z(d) = \sum_{\omega \in \Omega} L[\omega, d(z)] W_z(\omega), \quad (15)$$

называется условной (апостериорной) функцией риска при данных Z и d .

Возможна и другая интерпретация формулы (15). Будем менять параметры $\{b\}$, $\{c\}$, фиксируя остальные параметры $\{\omega\} \setminus \{b\} \cup \{c\}$. Например, ухудшение гидрометеорологических условий $\{b\}$ или условий грунта при донном тралении $\{c\}$ может привести к возрастанию функции потерь L , а также функции риска τ_z , т.е. одинаковый вылов будет достигаться с большими затратами или с большим риском больших затрат.

Определение 8. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, A - пространство решений и F - класс функций φ , определенных на $A \times Z$, и для всякого $z \in Z$ функция φ_z есть распределение вероятностей на A . Тогда F есть пространство рандомизированных (смешанных) страте-

гий статистика. Выбор рандомизированной стратегии φ из F означает выбор правила: всякого исхода Z единичного испытания статистик выбирает решение α с вероятностью $\varphi_z(\alpha) = \varphi(\alpha|Z)$. Теоретико-рыболовная интерпретация: для обеспечения улова Z следует выбрать решение α с вероятностью $\varphi_z(\alpha)$.

Определение 9. Пусть $\tilde{Z} = (Z, \Omega, P)$ - пространство выборок, A - пространство решений, F - пространство рандомизированных стратегий статистика, L - функция потерь, определенная на $\Omega \times A$. Тогда усредненной функцией риска назовем функцию ρ , определенную на $\Omega \times F$:

$$\begin{aligned} \rho(\omega, \varphi) &= \sum_{\alpha \in A} L(\omega, \alpha) E_{\omega}[\varphi(\alpha|Z)] = \\ &= \sum_{\alpha \in A} \sum_{z \in Z} L(\omega, \alpha) \varphi(\alpha|z) P(Z|z). \end{aligned} \quad (16)$$

Формулу (16) поясним на качественном примере тактической задачи экспедиционного лова. Пусть $\alpha = 0$ - продолжать лов, $\alpha = 1$ - идти к плавбазе на выгрузку. Считаем систему параметров $\{\omega\}$ фиксированной. $\varphi(\alpha|Z)$ - функция не только отдельных уловов судна Z , но и неявная функция параметров ψ_i - неполнения трюмов всех рыбодобывающих судов, l_j - расстояний между судами и S_k - расстояний судов до плавбазы. Потери $L(\omega, \alpha)$ интерпретируются как недолов из-за потерь времени на переход к плавбазе и обратно и разгрузку, т.е. $L(\omega, 0) = 0$, а $L(\omega, 1)$ является возрастающей функцией $P(Z|\omega)$. При малых ψ_i , больших l_j , S_k и $P(Z|\omega)$ функция $\varphi(0|Z)$ принимает большие значения. Однако $L(\omega, 0) = 0$, так что $\rho(\omega, \varphi)$ минимальна.

При больших ψ_i потери оказываются неизбежными и минимизируются с помощью математической модели игры. При различных распределениях ψ_i , l_j и $P(Z, \omega)$ по зонам лова можно минимизировать отдельные члены суммы (16). Например, при малых l_j и больших ψ_i судно, находящееся в зоне больших $P(Z|\omega)$,

идет под разгрузку, а в эту зону из зоны с малыми $P(Z|\omega)$ переходит судно с недогруженными трюмами (малые значения ψ_i).

При малых $P(Z|\omega)$ общее решение задачи становится менее эффективным, так как $L(\omega, 1)$ оказываются малыми, каждый член суммы и вся функция $\rho(\omega, \varphi)$ также малы.

Как видим, теория статистических игр дает возможность широкого анализа технических, биологических и экономических аспектов промышленного рыболовства. В существующей теории рыболовства [1, 3] отсутствует экономический аспект, тогда как совсем не безразлично, ценой каких затрат осуществляется рыболовное усилие. Теоретико-игровые методы вносят в теорию рыболовства экономический аспект и создают базу для довольно сложных теоретико-вероятностных конструкций, которыми только и можно описать обобщенный технологический процесс рыбодобычи в открытых морях и океанах.

Л и т е р а т у р а

1. Бевертон Р., Холт С. Динамика численности промысловых рыб. М., изд-во "Пищевая пром-сть", 1969.
2. Блекуэлл Д., Гиршик М.А. Теория игр и статистических решений. М., ФМ, 1958.
3. Засосов А.В. Теоретические основы рыболовства. М., изд-во "Пищевая пром-сть", 1970.
4. Тишинский В.С. Элементы тактики тралового лова. Калинингр. книж. изд-во. 1970.
5. Траубенберг Г.А. Об эффективности применения новых промысловых схем лова рыбы с кормовых траулеров. Труды ВНИРО. Т. LXIX, 1971.

Marine and oceanic fisheries as a statistic game

V.V.Blinov

Summary

The marine and oceanic fisheries is considered as a statistic game of the fisheries of one or several countries with nature. The definition of the statistic game with a single test over the spaces of pure and mixed strategies is suggested

The system of natural parameters and statistics are generally defined. The functions of losses and risks are illustrated and interpreted as to the theoretical aspects of fisheries.

The general pattern of the risk function in the catchability equation for two trawls is presented.

The design of the risk function over the space of mixed strategies is qualitatively elucidated, the solution of a tactic problem of the expeditional fishing with participation of a mothership being taken as an example.

The theoretical-game approach brings an economic aspect in the fisheries theory.