

УДК 551.465.63:519.242.37(262.54)

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ФОРМИРОВАНИЯ СОЛЕННОСТИ АЗОВСКОГО МОРЯА.М.Бронфма:  
(АзНИИРХ)Ф.А.Сурков  
(НИИМ и ПМ СКНЦ ВШ)

В ближайшее время в бассейне Азовского моря планируются крупные водохозяйственные мероприятия (безвозвратное изъятие материкового стока в объеме до  $30 \text{ км}^3$ , переброска части стока из смежных речных бассейнов, регулирование водообмена через Керченский пролив); поэтому необходим прогноз различных параметров его экосистемы, в первую очередь солености, фактора, регулирующего физико-химические и продукционные процессы практически на всех уровнях трофической цепи.

Метод, предложенный В.С.Самойленко /5/, основанный на анализе установившегося солевого баланса, долгое время служил основой расчетов солености моря для различных вариантов антропогенного сокращения стока рек. Первая попытка прогноза солености Азовского моря для условий неуставившегося баланса была предпринята А.И.Симоновым, Н.А.Родионовым и Б.М.Затучной /6/; этот метод в дальнейшем усовершенствовался /1,2,8/.

В настоящее время, однако, балансовые расчеты дали несколько завышенные результаты, что, очевидно, связано с несовершенством учета водообмена через Керченский пролив, являющегося основным элементом солевого баланса моря. При расчетах Н.А.Родионовым для условий безвозвратного изъятия стока  $12 \text{ км}^3/\text{год}$  была получена максимальная соленость, тогда как фактическое безвозвратное водопотребление, достигшее в современный период  $11,5 \text{ км}^3$  и совпавшее с глубокой депрессией стока 1972-1974гг., повысило среднюю соленость Азовского моря лишь до  $12,9\text{‰}$ .

В предлагаемой работе использован метод множественного регрессионного анализа, широко применяемый в практике прогнозирования различных природных процессов или явлений /3,4,7/.

Исследования были начаты с наиболее общей модели, включающей в себя практически все известные факторы, прямо, либо косвенно участвующих в формировании величины солености

$$S_i = f(S_{i-1}, Q_i, Q_{i-1}, Q_{i-2}, Q_i^{oc}, Q_i^{чм}, Q_i^{аз}, Q_i^{учл}, H_i, W_i, t_i^{\theta_{3л}}),$$

- где  $Q$  - суммарный сток рек в Азовское море;
- $Q^{oc}, Q^{учл}$  - среднегодовые объемы атмосферных осадков, выпадающих на поверхность моря, и испарения с его водного зеркала;
- $Q^{аз}, Q^{чм}$  - годовой сток азовской воды в Черное море и приток черноморской воды в Азовское;
- $H$  - средний годовой уровень моря;
- $W$  - средняя годовая скорость ветра над акваторией моря (по данным МГС Таганрог, Приморск-Ахтарск, Бердянск, Мысовое);
- $t^{\theta_{3л}}$  - средняя температура воздуха летом (по тем же МГС);
- $i$  - номер года.

Для получения прогностических уравнений достаточно высокого качества желательно, чтобы входящие в модель предикторы удовлетворяли следующим условиям:

- 1) вносили достаточно значимый вклад в формирование прогнозируемого явления;
- 2) были слабо коррелированы между собой;
- 3) имели нормальные законы распределения вероятностей.

Гипотеза о нормальности законов распределения исследуемой функции  $S_i$  и ее аргументов проверялась на основе оценки величины выборочных асимметрии  $A$  и эксцесса  $E$

$$A = \frac{m_3}{\sqrt{m_2^3}}, \quad E = \frac{m_4}{m_2^2} - 3,$$

где  $K$ -й центральный момент распределения.

Величины  $A$  и  $E$  распределены асимптотически нормально, однако при сравнительно коротких рядах наблюдений их целесообразно заменить более эффективными оценками

$$\tilde{A} = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} A \quad \text{и} \quad \tilde{E} = \frac{n-1}{(n-2)(n-3)} [(n+1)E + 6],$$

где  $n$  - длина статистического ряда.

Дисперсии  $\tilde{A}$  и  $\tilde{E}$  вычислялись по формулам

$$\sigma_{\tilde{A}}^2 = \frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}; \quad \sigma_{\tilde{E}}^2 = \frac{24n(n-1)}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)};$$

Как следует из таблиц стандартного нормального распределения Гаусса, гипотеза о нормальности распределения вероятностей исследуемых факторов может быть принята при условии, если

$$\left| \frac{\tilde{A}}{\sigma_{\tilde{A}}} \right| < t_{кр.}; \quad \left| \frac{\tilde{E}}{\sigma_{\tilde{E}}} \right| < t_{кр.};$$

где  $t_{кр.}$  - критические значения, равные для 1% уровня значимости 2,57 и для 5% - 1,96.

Из данных табл. I следует, что гипотеза о нормальности распределения подтверждается для всех избранных факторов даже на 5% уровне значимости.

Т а б л и ц а I

Значения нормированных выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса для основных факторов исследуемой модели

Фактор	$\frac{A}{\sigma_A}$	$\frac{E}{\sigma_E}$
$S_i$	-0,807	-0,627
$S_{i-1}$	-0,337	-0,881
$Q_i$	-1,376	-0,559
$Q_{i-1}$	-1,428	-0,524
$Q_{i-2}$	-1,452	-0,569
$Q_i^{oc}$	-1,050	-1,215
$Q_i^{ucn}$	-0,448	-0,240
$Q_i^{As}$	-1,050	-0,141
$Q_i^{ЧМ}$	-0,986	-0,206
$U_i$	-0,468	-0,628
$W_i$	-0,097	-0,486
$t_i^{бзн}$	-0,474	-0,191

Корреляционные оценки тесноты связи параметров исследуемой модели, приведенные в табл. 2, свидетельствуют о том, что из состава аргументов модели целесообразно исключить  $Q_i^{As}, Q_i^{ЧМ}$ , обнаруживших чрезвычайно тесную корреляционную связь между собой ( $r = -0,999$ ) и величиной  $Q_i$  ( $r = -0,944$  и  $r = -0,941$ ).

Все расчеты, связанные с построением модели солёности Азовского моря, выполнялись на ЭВМ БЭСМ-4, причем программа машинного расчета предполагала последовательное выполнение следующих процедур.

I. Оценку значимости вклада каждого из предикторов в формирование величины  $S_i$  при помощи  $F$ -критерия Фишера, вычисляемого из уравнения

$$F_x = \frac{\hat{\alpha}_x^2}{(b^{-1})_{xx} \hat{\sigma}^2},$$

где  $\hat{\alpha}_x$  - соответствующий коэффициент регрессии при переменной;  
 $x$  - номер фактора (от I до K);  
 $\hat{\sigma}^{-1}$  - обратная матрица ковариации предикторов;  
 $\hat{\sigma}^2$  - средняя квадратическая ошибка приближения расчетного значения  $S_i$  к фактическому.

2. Сопоставление полученных результатов и исключение из дальнейших расчетов незначимых предикторов ( $F_x < F_{кр}$ ).

3. Расчет регрессионных коэффициентов  $\alpha$ , коэффициентов множественной корреляции  $R$ , относительной ошибки аппроксимации  $f$  и значимости полученной модели по  $F$ -статистике Фишера

$$F = \frac{R^2 (n-k-1)}{k(1-R^2)}.$$

На каждом этапе расчетов эти процедуры оставались неизменными, ЭВМ лишь исключала незначимые факторы, осуществляя в дальнейшем указанные выше операции для сокращенного количества предикторов.

Таким образом, программа работы машины предполагала последовательное автоматическое улучшение исходной модели до некоторого граничного условия, которое заключалось в прекращении дальнейших расчетов при получении набора предикторов с  $F_x > F_{кр}$ .

Результаты расчетов первого этапа, показали, что из состава предикторов должны быть исключены: средняя скорость ветра  $W_i$ , средний уровень моря  $U_i$  и средняя летняя температура воздуха  $t_i^{лет}$ , которые оказались статистически незначимыми в приближении  $S_i$ . Таким образом, исходная модель была упрощена до вида

$$S_i = f(S_{i-1}, Q_i, Q_{i-1}, Q_i^{oc}, Q_i^{ucn}).$$

На втором и третьем этапах (табл.3) из состава предикторов были последовательно удалены  $Q_i^{ucn}$  ( $F_x = 0,03$ ) и  $Q_i^{oc}$  ( $F_x = 0,42$ ) и на заключительном этапе расчета испытывалась модель

$$S_i = f(S_{i-1}, Q_i, Q_{i-1}),$$

полностью удовлетворяющая всем трем указанным условиям, обеспечивающим достаточно высокое качество регрессии.

Т а б л и ц а 2

Матрица взаимной корреляции параметров исследуемой модели

Параметры	$S_i$	$S_{i-1}$	$Q_i$	$Q_{i-1}$	$Q_{i-2}$	$Q_i^{oc}$	$Q_i^{чм}$	$Q_i^{учн}$	$Q_i^{A_3}$	$-U_i$	$W_i$	$t^{бэл}$
$S$	I	0,870	-0,322	-0,464	-0,304	0,073	0,32I	0,322	-0,325	-0,305	2-0,172	0,117
$S_{i-1}$		I	-0,078	-0,344	-0,414	+0,052	0,050	0,245	-0,052	-0,37I	-0,234	0,202
$Q_i$			I	-0,005	-0,0795	0,196	-0,94I	-0,266	0,944	-0,256	0,073	0,062
$Q_{i-1}$				I	-0,009	-0,225	-0,02I	-0,290	0,0196	0,490	0,170	-0,202
$Q_{i-2}$					I	-0,229	0,153	-0,026	-0,148	0,167	0,282	-0,189
$Q_i^{oc}$						I	-0,372	-0,019	0,366	-0,307	0,173	-0,043
$Q_i^{чм}$							I	0,423	-0,9997	0,352	-0,033	-0,03II
$Q_i^{учн}$								I	-0,478	0,237	0,123	0,28I
$Q_i^{A_3}$									I	-0,350	0,035	0,036
$-U_i$										I	0,453	-0,115
$W_i$											I	-0,156
$t^{бэл}$												I

Т а б л и ц а 3

Результаты машинного исследования модели для средней солености Азовского моря

II этап			III этап			IV этап		
Фактор	Кoeffициент регрессии	F - критерий	Фактор	Кoeffициент регрессии	F - критерий	Фактор	Кoeffициент регрессии	F - критерий
$S_{i-1}$	0,771	128,08	$S_{i-1}$	0,769	134,69	$S_{i-1}$	0,771	136,67
$Q_i$	20,022	16,27	$Q_i$	-0,022	17,51	$Q_i$	0,022	17,40
$Q_{i-1}$	-0,015	6,90	$Q_{i-1}$	-0,015	7,28	$Q_{i-1}$	-0,015	8,61
$Q_i^{oc}$	0,011	0,40	$Q_i^{oc}$	0,011	0,42			
$Q_i^{учн}$	0,005	0,04						
$\alpha_0$	3,913			3,747			3,928	
$R$	0,821			0,863			0,932	
$F$	41,950			53,880			72,840	
$\gamma$	< 1%			< 1%			< 1%	
$f$	4,03%			3,71%			2,61%	

В аналитическом выражении последняя модель имеет вид

$$S_i = 3,928 + 0,771S_{i-1} - 0,022Q_i - 0,015Q_{i-1}.$$

Согласно приведенным в табл.3 оценочным критериям, модель обладает достаточно высоким качеством: коэффициент множественной корреляции  $R$  равен 0,932,  $F$ -статистика Фишера - 72,8. Судя по сопоставлению величины  $F$  со значениями стандартных таблиц квантилей распределения Фишера, значимость регрессии ( $\gamma$ ) составляет менее 1%, т.е. гипотеза о правильности аналитического выражения исследуемой модели подтверждается с вероятностью выше 99%.

Достаточно высокое качество аппроксимации подтверждается также при сопоставлении расчетных и фактических значений средней годовой солености Азовского моря для периода 1926-1974 гг. Средняя относительная ошибка аппроксимации ( $f$ ) составляет 2,61%, максимальная - не превышает 7,69%.

Поскольку полученное уравнение для  $S_i$  формировалось на основе эмпирического ряда 1926-1970 гг., результаты сопоставления расчетных и фактических величин солености за 1971-1974гг. могут рассматриваться как проверка по независимому ряду на-

блюдений. Абсолютная ошибка расчета для 1973, 1971 и 1974 г. составила лишь 0,1% , для 1972 г. - 0,2% . Поскольку период 1971-1974 гг. характеризовался резким увеличением солености вод моря от 11,7<sup>0</sup>/оо (1970 г.) до 12,9<sup>0</sup>/оо (1974 г., можно полагать, что рассматриваемая нами модель дает достоверные результаты и на "критических участках" гидрологического режима моря.

Были проведены также испытания модели для получения полиномиального выражения связи  $S_i = f(S_{i-1}, Q_i, Q_{i-1})$ .

При исследовании различных многочленов степени не выше 4, наилучшие результаты показало уравнение

$$S_i = 1,796 + 0,881S_{i-1} - 0,798 \cdot 10^{-4}(Q_i - 35,578)^3 - 0,011 Q_{i-1},$$

для которого  $R = 0,934$ ,  $f = 2,73\%$ .

Поскольку в отношении точности прогноза последнее уравнение не имеет существенных преимуществ, в будущем соленость Азовского моря целесообразно рассчитывать при помощи полученного ранее линейного выражения для  $S_i$ .

Настоящая модель не является структурной частью общей имитационной модели Азовского моря. Данные о солености различных районов моря в заданные интервалы времени формируются в ней подмоделью /см.9/. Однако на данном этапе работы величины солености, генерируемые указанным блоком, не гарантированы от существенных ошибок, связанных с недостаточностью информации по многим параметрам. Поэтому полученное регрессионное уравнение предполагается использовать в качестве элемента, осуществляющего функцию контроля.

#### Список использованной литературы

1. Бронфман А. М. Современный гидролого-гидрохимический режим Азовского моря и возможные его применения. Труды АзНИИРХ, 1970, вып.10, Ростов-на-Дону, с.20-40.
2. Б р о н ф м а н А.М. Соленость Азовского моря и ее предстоящие изменения. Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы, сер.естеств.наук, 1973, № 1, с.19-24.
3. К а ч м а р е к З. Модели гидрологических прогнозов. "Водные ресурсы", 1973, № 3, с.3-16.

4. Р о ж д е с т в е н с к и й А.В., Ч е б о т а р е в А.И. Статистические модели в гидрологии. Л., Гидрометеиздат, 1974, 432 с.
5. С а м о й л е н к о В.С. Ближайшее будущее Азовского моря. Труды ГОИИ, 1947, вып.3 (15), с.21-42.
6. С и м о н о в А.И., Р о д и о н о в Н.А., З а т у ч - н а я Б.М. Расчет будущей солености Азовского моря и Северного Каспия. "Метеорология и гидрология", 1966, № 4, с.12-16.
7. С н а й д е р В.М. Некоторые возможности исследования многомерного статистического анализа в гидрологических исследованиях. Сб. "Электронно-выч.машины в гидрологии", Л., Гидрометеиздат, 1965, с.III-127.
8. С о в р е м е н н ы й и перспективный водный и солевой баланс южных морей СССР, Л., Гидрометеиздат, 1972, 236с.

A statistical model of salinity in the Azov Sea.

A.M.Bronfman,  
F.A.Surkov

### S u m m a r y

The statistical analysis of hydrometeorologic factors affecting the salinity in the Azov Sea is shown. The most important factors are considered on a statistical basis. A linear model of salinity is constructed with a high degree of validity. The application of the model in various fields is discussed.